

Anti-commutating Basis Elements in Dirac Geometric Algebra

Kurt Nalty

June 30, 2016

Abstract

This note documents the anti-commutating sets in Dirac Geometric algebra. I find 240 pairs, 640 triads, 480 tetrads and 192 pentads.

Minkowski Geometric Algebra

Dirac geometric algebra has

1. One scalar (q)
2. Five basis vectors (w, x, y, z, t)
3. Ten bivectors ($wx, wy, wz, wt, xy, xz, xt, yz, yt, zt$)
4. Ten trivectors ($wxy, wxz, wxt, wyz, wyt, wzt, xyz, xyt, xzy, yzt$)
5. Five quadvectors ($wxyz, wxyt, wxzt, wyzt, xyzt$), and
6. One pentavector ($wxyzt$).

Dirac geometric algebra has a signature of $(+, +, +, +, -)$, meaning that the unit basis vectors w, x, y, z , and t have squares $w^2 = 1$, $x^2 = 1$, $y^2 = 1$, $z^2 = 1$ but $t^2 = -1$. Multiplication between the basis vectors is anti-commutative, meaning $xy = -yz$. Given that the scalar multiplication is commutative with all elements, that the basis vectors are anti-commutative among themselves, and that the squares of the basis vectors are given by the signature, we can define the Minkowski geometric product without ambiguity.

The anti-commutating pairs are found by testing each possible pair for $AB + BA = 0$ behavior. The 240 pairs found are stored in an array for the later steps of finding triads, quads and pentads.

The 240 pairs in text format are

```

{w ,x } {w ,y } {w ,z } {w ,t } {w ,wx } {w ,wy }
{w ,wz } {w ,wt } {w ,xyz } {w ,xyt } {w ,xzt } {w ,yzt }
{w ,wxyz} {w ,wxyt} {w ,wxzt} {w ,wyzt} {x ,y } {x ,z }
{x ,t } {x ,wx } {x ,xy } {x ,xz } {x ,xt } {x ,wyz }
{x ,wyt } {x ,wzt } {x ,yzt } {x ,wxyz} {x ,wxyt} {x ,wxzt}
{x ,xyzt} {y ,z } {y ,t } {y ,wy } {y ,xy } {y ,yz }
{y ,yt } {y ,wxz } {y ,wxt } {y ,wzt } {y ,xzt } {y ,wxyz}
{y ,wxyt} {y ,wyzt} {y ,xyzt} {z ,t } {z ,wz } {z ,xz }
{z ,yz } {z ,zt } {z ,wxy } {z ,wxt } {z ,wyt } {z ,xyt }
{z ,wxyz} {z ,wxzt} {z ,wyzt} {z ,xyzt} {t ,wt } {t ,xt }
{t ,yt } {t ,zt } {t ,wxy } {t ,wxz } {t ,wyz } {t ,xyz }
{t ,wxyt} {t ,wxzt} {t ,wyzt} {t ,xyzt} {wx ,wy } {wx ,wz }
{wx ,wt } {wx ,xy } {wx ,xz } {wx ,xt } {wx ,wyz } {wx ,wyt }
{wx ,wzt } {wx ,xyz } {wx ,xyt } {wx ,xzt } {wx ,wyzt} {wx ,xyzt}
{wy ,wz } {wy ,wt } {wy ,xy } {wy ,yz } {wy ,yt } {wy ,wxz }
{wy ,wxt } {wy ,wzt } {wy ,xyz } {wy ,xyt } {wy ,yzt } {wy ,wxzt}
{wy ,xyzt} {wz ,wt } {wz ,xz } {wz ,yz } {wz ,zt } {wz ,wxy }
{wz ,wxt } {wz ,wyt } {wz ,xyz } {wz ,xzt } {wz ,yzt } {wz ,wxyt}
{wz ,xyzt} {wt ,xt } {wt ,yt } {wt ,zt } {wt ,wxy } {wt ,wxz }
{wt ,wyz } {wt ,xyt } {wt ,xzt } {wt ,yzt } {wt ,wxyz} {wt ,xyzt}
{xy ,xz } {xy ,xt } {xy ,yz } {xy ,yt } {xy ,wxz } {xy ,wxt }
{xy ,wyz } {xy ,wyt } {xy ,xzt } {xy ,yzt } {xy ,wxzt} {xy ,wyzt}
{xz ,xt } {xz ,yz } {xz ,zt } {xz ,wxy } {xz ,wxt } {xz ,wyz }
{xz ,wzt } {xz ,xyt } {xz ,yzt } {xz ,wxyt} {xz ,wyzt} {xt ,yt }
{xt ,zt } {xt ,wxy } {xt ,wxz } {xt ,wyt } {xt ,wzt } {xt ,xyz }
{xt ,yzt } {xt ,wxyz} {xt ,wyzt} {yz ,yt } {yz ,zt } {yz ,wxy }
{yz ,wxz } {yz ,wyt } {yz ,wzt } {yz ,xyt } {yz ,xzt } {yz ,wxyt}
{yz ,wxzt} {yt ,zt } {yt ,wxy } {yt ,wxt } {yt ,wyz } {yt ,wzt }
{yt ,xyz } {yt ,xzt } {yt ,wxyz} {yt ,wxzt} {zt ,wxz } {zt ,wxt }
{zt ,wyz } {zt ,wyt } {zt ,xyz } {zt ,xyt } {zt ,wxyz} {zt ,wxyt}
{wxy ,wxz } {wxy ,wxt } {wxy ,wyz } {wxy ,wyt } {wxy ,xyz } {wxy ,xyt }
{wxy ,wxyz} {wxy ,wxyt} {wxz ,wxt } {wxz ,wyz } {wxz ,wzt } {wxz ,xyz }
{wxz ,xzt } {wxz ,wxyz} {wxz ,wxzt} {wxt ,wyt } {wxt ,wzt } {wxt ,xyt }
{wxt ,xzt } {wxt ,wxyt} {wxt ,wxzt} {wyz ,wyt } {wyz ,wzt } {wyz ,xyz }
{wyz ,yzt } {wyz ,wxyz} {wyz ,wyzt} {wyt ,wzt } {wyt ,xyt } {wyt ,yzt }
{wyt ,wxyt} {wyt ,wyzt} {wzt ,xzt } {wzt ,yzt } {wzt ,wxzt} {wzt ,wyzt}
{xyz ,xyt } {xyz ,xzt } {xyz ,yzt } {xyz ,wxyz} {xyz ,xyzt} {xyt ,xzt }
{xyt ,yzt } {xyt ,wxyt} {xyt ,xyzt} {xzt ,yzt } {xzt ,wxzt} {xzt ,xyzt}
{yzt ,wyzt} {yzt ,xyzt} {wxyz ,wxyt} {wxyz ,wxzt} {wxyz ,wyzt} {wxyz ,xyzt}
{wxyt ,wxzt} {wxyt ,wyzt} {wxyt ,xyzt} {wxzt ,wyzt} {wxzt ,xyzt} {wyzt ,xyzt}

```

The 640 triads are found by a simple process. For each of the 240 pairs found previously, we test each of the sixteen basis as a candidate third member. If this candidate third member anti-commutes with the first two members, we add this triad to a list of anti-commuting triples.

Here are the 640 anti-commuting triples.

```

{w ,x ,y } {w ,x ,z } {w ,x ,t } {w ,x ,wx } {w ,x ,yzt }
{w ,x ,wxyz} {w ,x ,wxyt} {w ,x ,wxzt} {w ,y ,z } {w ,y ,t }
{w ,y ,wy } {w ,y ,xzt } {w ,y ,wxyz} {w ,y ,wxyt} {w ,y ,wyzt}
{w ,z ,t } {w ,z ,wz } {w ,z ,xyt } {w ,z ,wxyz} {w ,z ,wxzt}
{w ,z ,wyzt} {w ,t ,wt } {w ,t ,xyz } {w ,t ,wxyt} {w ,t ,wxzt}
{w ,t ,wyzt} {w ,wx ,wy } {w ,wx ,wz } {w ,wx ,wt } {w ,wx ,xyz }
{w ,wx ,xyt } {w ,wx ,xzt } {w ,wx ,wyzt} {w ,wy ,wz } {w ,wy ,wt }
{w ,wy ,xyz } {w ,wy ,xyt } {w ,wy ,yzt } {w ,wy ,wxzt} {w ,wz ,wt }
{w ,wz ,xyz } {w ,wz ,xzt } {w ,wz ,yzt } {w ,wz ,wxyt} {w ,wt ,xyt }
{w ,wt ,xzt } {w ,wt ,yzt } {w ,wt ,wxyz} {w ,xyt ,xzt } {w ,xyt ,yzt }
{w ,xyz ,yzt } {w ,xyz ,wxyz} {w ,xyt ,xzt } {w ,xyt ,yzt } {w ,xyz ,xzt }
{w ,xzt ,yzt } {w ,xzt ,wxzt} {w ,yzt ,wyzt} {w ,wxyz ,wxyt} {w ,wxyz ,wxzt}
{w ,wxyz ,wyzt} {w ,wxyt ,wxzt} {w ,wxyt ,wyzt} {w ,wxzt ,wyzt} {x ,y ,z }
{x ,y ,t } {x ,y ,xy } {x ,y ,wxyz} {x ,y ,wxyt} {x ,y ,wxyt}
{x ,y ,xyzt} {x ,z ,t } {x ,z ,wz } {x ,z ,wyt } {x ,z ,wxyz}
{x ,z ,wxzt} {x ,z ,xyzt} {x ,t ,xt } {x ,t ,wyz } {x ,t ,wxyt}
{x ,t ,wxzt} {x ,t ,xyzt} {x ,wx ,xy } {x ,wx ,xz } {x ,wx ,xt }
{x ,wx ,wyz } {x ,wx ,wyt } {x ,wx ,wzt } {x ,wx ,xyzt} {x ,xy ,xz }
{x ,xy ,xt } {x ,xy ,wyz } {x ,xy ,wyt } {x ,xy ,yzt } {x ,xy ,wxzt}
{x ,xz ,xt } {x ,xz ,wyz } {x ,xz ,wzt } {x ,xz ,yzt } {x ,xz ,wxyt}
{x ,xt ,wyt } {x ,xt ,wzt } {x ,xt ,yzt } {x ,xt ,wxyz} {x ,wyz ,wyt }
{x ,wyz ,wzt } {x ,wyz ,yzt } {x ,wyz ,wxyz} {x ,wyt ,wzt } {x ,wyt ,yzt }
{x ,wyt ,wxyt} {x ,wzt ,yzt } {x ,wzt ,wxzt} {x ,yzt ,xyzt} {x ,wxyz ,wxyt}
{x ,wxyz ,wxzt} {x ,wxyz ,xyzt} {x ,wxyt ,wxzt} {x ,wxyt ,xyzt} {x ,wxzt ,xyzt}
{y ,z ,t } {y ,z ,yz } {y ,z ,wxt } {y ,z ,wxyz} {y ,z ,wyzt}
{y ,z ,xyzt} {y ,t ,yt } {y ,t ,wxz } {y ,t ,wxyt} {y ,t ,wyzt}
{y ,t ,xyzt} {y ,wy ,xy } {y ,wy ,yz } {y ,wy ,yt } {y ,wy ,wxz }
{y ,wy ,wxt } {y ,wy ,wzt } {y ,wy ,xyzt} {y ,xy ,yz } {y ,xy ,yt }
{y ,xy ,wxz } {y ,xy ,wxt } {y ,xy ,xzt } {y ,xy ,wyzt} {y ,yz ,yt }
{y ,yz ,wxz } {y ,yz ,wzt } {y ,yz ,xzt } {y ,yz ,wxyt} {y ,yt ,wxt }
{y ,yt ,wzt } {y ,yt ,xzt } {y ,yt ,wxyz} {y ,wxz ,wxt } {y ,wxz ,wzt }
{y ,wxz ,xzt } {y ,wxz ,wxyz} {y ,wxt ,wzt } {y ,wxt ,xzt } {y ,wxt ,wxyt}
{y ,wzt ,xzt } {y ,wzt ,wyzt} {y ,xzt ,xyzt} {y ,wxyz ,wxyt} {y ,wxyz ,wyzt}
{y ,wxyz ,xyzt} {y ,wxyt ,wyzt} {y ,wxyt ,xyzt} {y ,wyzt ,xyzt} {z ,t ,z }
{z ,t ,wxy } {z ,t ,wxzt} {z ,t ,wyzt} {z ,t ,xyzt} {z ,wz ,xz }
{z ,wz ,yz } {z ,wz ,zt } {z ,wz ,wxy } {z ,wz ,wxt } {z ,wz ,wyt }
{z ,wz ,xyzt} {z ,xz ,yz } {z ,xz ,zt } {z ,xz ,wxy } {z ,xz ,wxt }
{z ,xz ,xyt } {z ,xz ,wyzt} {z ,yz ,zt } {z ,yz ,wxy } {z ,yz ,wyt }
{z ,yz ,xyt } {z ,yz ,wxzt} {z ,zt ,wxt } {z ,zt ,wyt } {z ,zt ,xyt }

```

{z ,zt ,wxyz} {z ,wxy ,wxt } {z ,wxy ,wyt } {z ,wxy ,xyt } {z ,wxy ,wxyz}
 {z ,wxt ,wyt } {z ,wxt ,xyt } {z ,wxt ,wxzt} {z ,wyt ,xyt } {z ,wyt ,wyzt}
 {z ,xyt ,xyzt} {z ,wxyz ,wxzt} {z ,wxyz ,wyzt} {z ,wxyz ,xyzt} {z ,wxzt ,wyzt}
 {z ,wxzt ,xyzt} {z ,wyzt ,xyzt} {t ,wt ,xt } {t ,wt ,yt } {t ,wt ,zt }
 {t ,wt ,wxy } {t ,wt ,wxz } {t ,wt ,wyz } {t ,wt ,xyzt} {t ,xt ,yt }
 {t ,xt ,zt } {t ,xt ,wxy } {t ,xt ,wxz } {t ,xt ,xyz } {t ,xt ,wyzt}
 {t ,yt ,zt } {t ,yt ,wxy } {t ,yt ,wyz } {t ,yt ,xyz } {t ,yt ,wxzt}
 {t ,zt ,wxz } {t ,zt ,wyz } {t ,zt ,xyz } {t ,zt ,wxyt} {t ,wxy ,wxz }
 {t ,wxy ,wyz } {t ,wxy ,xyz } {t ,wxy ,wxyt} {t ,wxz ,wyz } {t ,wxz ,xyz }
 {t ,wxz ,wxzt} {t ,wyz ,xyz } {t ,wyz ,wyzt} {t ,xyz ,xyzt} {t ,wxyt ,wxzt}
 {t ,wxyt ,wyzt} {t ,wxyt ,xyzt} {t ,wxzt ,wyzt} {t ,wxzt ,xyzt} {t ,wyzt ,xyzt}
 {wx ,wy ,wz } {wx ,wy ,wt } {wx ,wy ,xy } {wx ,wy ,wzt } {wx ,wy ,xyz }
 {wx ,wy ,xyt } {wx ,wy ,xyzt} {wx ,wz ,wt } {wx ,wz ,xz } {wx ,wz ,wyt }
 {wx ,wz ,xyz } {wx ,wz ,xzt } {wx ,wz ,xyzt} {wx ,wt ,xt } {wx ,wt ,wyz }
 {wx ,wt ,xyt } {wx ,wt ,xzt } {wx ,wt ,xyzt} {wx ,xy ,xz } {wx ,xy ,xt }
 {wx ,xy ,wyz } {wx ,xy ,wyt } {wx ,xy ,xzt } {wx ,xy ,wyzt} {wx ,xz ,xt }
 {wx ,xz ,wyz } {wx ,xz ,wzt } {wx ,xz ,xyt } {wx ,xz ,wyzt} {wx ,xt ,wyt }
 {wx ,xt ,wzt } {wx ,xt ,xyz } {wx ,xt ,wyzt} {wx ,wyz ,wyt } {wx ,wyz ,wzt }
 {wx ,wyz ,xyz } {wx ,wyz ,wyzt} {wx ,wyt ,wzt } {wx ,wyt ,xyt } {wx ,wyt ,wyzt}
 {wx ,wzt ,xzt } {wx ,wzt ,wyzt} {wx ,xyz ,xyt } {wx ,xyz ,xzt } {wx ,xyz ,xyzt}
 {wx ,xyt ,xzt } {wx ,xyt ,xyzt} {wx ,xzt ,xyzt} {wx ,wyzt ,xyzt} {wy ,wz ,wt }
 {wy ,wz ,yz } {wy ,wz ,wxt } {wy ,wz ,xyz } {wy ,wz ,yzt } {wy ,wz ,xyzt}
 {wy ,wt ,yt } {wy ,wt ,wxz } {wy ,wt ,xyt } {wy ,wt ,yzt } {wy ,wt ,xyzt}
 {wy ,xy ,yz } {wy ,xy ,yt } {wy ,xy ,wxz } {wy ,xy ,wxt } {wy ,xy ,yzt }
 {wy ,xy ,wxzt} {wy ,yz ,yt } {wy ,yz ,wxz } {wy ,yz ,wzt } {wy ,yz ,xyt }
 {wy ,yz ,wxzt} {wy ,yt ,wxt } {wy ,yt ,wzt } {wy ,yt ,xyz } {wy ,yt ,wxzt}
 {wy ,wxz ,wxt } {wy ,wxz ,wzt } {wy ,wxz ,xyz } {wy ,wxz ,wxzt} {wy ,wxt ,wzt }
 {wy ,wxt ,xyt } {wy ,wxt ,wxzt} {wy ,wzt ,yzt } {wy ,wzt ,wxzt} {wy ,xyz ,xyt }
 {wy ,xyz ,yzt } {wy ,xyz ,xyzt} {wy ,xyt ,yzt } {wy ,xyt ,xyzt} {wy ,yzt ,xyzt}
 {wy ,wxzt ,xyzt} {wz ,wt ,zt } {wz ,wt ,wxy } {wz ,wt ,xzt } {wz ,wt ,yzt }
 {wz ,wt ,xyzt} {wz ,xz ,yz } {wz ,xz ,zt } {wz ,xz ,wxy } {wz ,xz ,wxt }
 {wz ,xz ,yzt } {wz ,xz ,wxyt} {wz ,yz ,zt } {wz ,yz ,wxy } {wz ,yz ,wyt }
 {wz ,yz ,xzt } {wz ,yz ,wxyt} {wz ,zt ,wxt } {wz ,zt ,wyt } {wz ,zt ,xyz }
 {wz ,zt ,wxyt} {wz ,wxy ,wxt } {wz ,wxy ,wyt } {wz ,wxy ,xyz } {wz ,wxy ,wxyt}
 {wz ,wxt ,wyt } {wz ,wxt ,xzt } {wz ,wxt ,wxyt} {wz ,wyt ,yzt } {wz ,wyt ,wxyt}
 {wz ,xyz ,xzt } {wz ,xyz ,yzt } {wz ,xyz ,xyzt} {wz ,xzt ,yzt } {wz ,xzt ,xyzt}
 {wz ,yzt ,xyzt} {wz ,wxyt ,xyzt} {wt ,xt ,yt } {wt ,xt ,zt } {wt ,xt ,wxy }
 {wt ,xt ,wxz } {wt ,xt ,yzt } {wt ,xt ,wxyz} {wt ,yt ,zt } {wt ,yt ,wxy }
 {wt ,yt ,wyz } {wt ,yt ,xzt } {wt ,yt ,wxyz} {wt ,zt ,wxz } {wt ,zt ,wyz }
 {wt ,zt ,xyt } {wt ,zt ,wxyz} {wt ,wxy ,wxz } {wt ,wxy ,wyz } {wt ,wxy ,xyt }
 {wt ,wxy ,wxyz} {wt ,wxz ,wyz } {wt ,wxz ,xzt } {wt ,wxz ,wxyz} {wt ,wyz ,yzt }
 {wt ,wyz ,wxyz} {wt ,xyt ,xzt } {wt ,xyt ,yzt } {wt ,xyt ,xyzt} {wt ,xzt ,yzt }
 {wt ,xzt ,xyzt} {wt ,yzt ,xyzt} {wt ,wxyz ,xyzt} {xy ,xz ,xt } {xy ,xz ,yz }
 {xy ,xz ,wxt } {xy ,xz ,wyz } {xy ,xz ,yzt } {xy ,xz ,wyzt} {xy ,xt ,yt }
 {xy ,xt ,wxz } {xy ,xt ,wyt } {xy ,xt ,yzt } {xy ,xt ,wyzt} {xy ,yz ,yt }

{xy ,yz ,wxz } {xy ,yz ,wyt } {xy ,yz ,xzt } {xy ,yz ,wxzt} {xy ,yt ,wxt }
{xy ,yt ,wyz } {xy ,yt ,xzt } {xy ,yt ,wxzt} {xy ,wxz ,wxt } {xy ,wxz ,wyz }
{xy ,wxz ,xzt } {xy ,wxz ,wxzt} {xy ,wxt ,wyt } {xy ,wxt ,xzt } {xy ,wxt ,wxzt}
{xy ,wyz ,wyt } {xy ,wyz ,yzt } {xy ,wyz ,wyzt} {xy ,wyt ,yzt } {xy ,wyt ,wyzt}
{xy ,xzt ,yzt } {xy ,xzt ,wxzt} {xy ,yzt ,wyzt} {xy ,wxzt ,wyzt} {xz ,xt ,zt }
{xz ,xt ,wxy } {xz ,xt ,wzt } {xz ,xt ,yzt } {xz ,xt ,wyzt} {xz ,yz ,zt }
{xz ,yz ,wxy } {xz ,yz ,wzt } {xz ,yz ,xyt } {xz ,yz ,wxyt} {xz ,zt ,wxt }
{xz ,zt ,wyz } {xz ,zt ,xyt } {xz ,zt ,wxyt} {xz ,wxy ,wxt } {xz ,wxy ,wyz }
{xz ,wxy ,xyt } {xz ,wxy ,wxyt} {xz ,wxt ,wzt } {xz ,wxt ,xyt } {xz ,wxt ,wxyt}
{xz ,wyz ,wzt } {xz ,wyz ,yzt } {xz ,wyz ,wyzt} {xz ,wzt ,yzt } {xz ,wzt ,wyzt}
{xz ,xyt ,yzt } {xz ,xyt ,wxyt} {xz ,yzt ,wyzt} {xz ,wxyt ,wyzt} {xt ,yt ,zt }
{xt ,yt ,wxy } {xt ,yt ,wzt } {xt ,yt ,xyz } {xt ,yt ,wxyz} {xt ,zt ,wxz }
{xt ,zt ,wyt } {xt ,zt ,xyz } {xt ,zt ,wxyz} {xt ,wxy ,wxz } {xt ,wxy ,wyt }
{xt ,wxy ,xyz } {xt ,wxy ,wxyz} {xt ,wxz ,wzt } {xt ,wxz ,xyz } {xt ,wxz ,wxyz}
{xt ,wyt ,wzt } {xt ,wyt ,yzt } {xt ,wyt ,wyzt} {xt ,wzt ,yzt } {xt ,wzt ,wyzt}
{xt ,xyz ,yzt } {xt ,xyz ,wxyz} {xt ,yzt ,wyzt} {xt ,wxyz ,wyzt} {yz ,yt ,zt }
{yz ,yt ,wxy } {yz ,yt ,wzt } {yz ,yt ,xzt } {yz ,yt ,wxzt} {yz ,zt ,wxz }
{yz ,zt ,wyt } {yz ,zt ,xyt } {yz ,zt ,wxyt} {yz ,wxy ,wxz } {yz ,wxy ,wyt }
{yz ,wxy ,xyt } {yz ,wxy ,wxyt} {yz ,wxz ,wzt } {yz ,wxz ,xzt } {yz ,wxz ,wxzt}
{yz ,wyt ,wzt } {yz ,wyt ,xyt } {yz ,wyt ,wxyt} {yz ,wzt ,xzt } {yz ,wzt ,wxzt}
{yz ,xyt ,xzt } {yz ,xyt ,wxyt} {yz ,xzt ,wxzt} {yz ,wxyt ,wxzt} {yt ,zt ,wxt }
{yt ,zt ,wyz } {yt ,zt ,xyz } {yt ,zt ,wxyz} {yt ,wxy ,wxt } {yt ,wxy ,wyz }
{yt ,wxy ,xyz } {yt ,wxy ,wxyz} {yt ,wxt ,wzt } {yt ,wxt ,xzt } {yt ,wxt ,wxzt}
{yt ,wyz ,wzt } {yt ,wyz ,xyz } {yt ,wyz ,wxyz} {yt ,wzt ,xzt } {yt ,wzt ,wxzt}
{yt ,xyz ,xzt } {yt ,xyz ,wxyz} {yt ,xzt ,wxzt} {yt ,wxyz ,wxzt} {zt ,wxz ,wxt }
{zt ,wxz ,wyz } {zt ,wxz ,xyz } {zt ,wxz ,wxyz} {zt ,wxt ,wyt } {zt ,wxt ,xyt }
{zt ,wxt ,wxyt} {zt ,wyz ,wyt } {zt ,wyz ,xyz } {zt ,wyz ,wxyz} {zt ,wyt ,xyt }
{zt ,wyt ,wxyt} {zt ,xyz ,xyt } {zt ,xyz ,wxyz} {zt ,xyt ,wxyt} {zt ,wxyz ,wxyt}
{wxy ,wxz ,wxt } {wxy ,wxz ,wyz } {wxy ,wxz ,xyz } {wxy ,wxz ,wxyz} {wxy ,wxt ,wyt }
{wxy ,wxt ,xyt } {wxy ,wxt ,wxyt} {wxy ,wyz ,wyt } {wxy ,wyz ,xyz } {wxy ,wyz ,wxyz}
{wxy ,wyt ,xyt } {wxy ,wyt ,wxyt} {wxy ,xyz ,xyt } {wxy ,xyz ,wxyz} {wxy ,xyt ,wxyt}
{wxy ,wxyz ,wxyt} {wxz ,wxt ,wzt } {wxz ,wxt ,xzt } {wxz ,wxt ,wxzt} {wxz ,wyz ,wzt }
{wxz ,wyz ,xyz } {wxz ,wyz ,wxyz} {wxz ,wzt ,xzt } {wxz ,wzt ,wxzt} {wxz ,xyz ,xzt }
{wxz ,xyz ,wxyz} {wxz ,xzt ,wxzt} {wxz ,wxyz ,wxzt} {wxt ,wyt ,wzt } {wxt ,wyt ,xyt }
{wxt ,wyt ,wxyt} {wxt ,wzt ,xzt } {wxt ,wzt ,wxzt} {wxt ,xyt ,xzt } {wxt ,xyt ,wxyt}
{wxt ,xzt ,wxzt} {wxt ,wxyt ,wxzt} {wyz ,wyt ,wzt } {wyz ,wyt ,yzt } {wyz ,wyt ,wyzt}
{wyz ,wzt ,yzt } {wyz ,wzt ,wyzt} {wyz ,xyz ,yzt } {wyz ,xyz ,wxyz} {wyz ,yzt ,wyzt}
{wyz ,wxyz ,wyzt} {wyt ,wzt ,yzt } {wyt ,wzt ,wyzt} {wyt ,xyt ,yzt } {wyt ,xyt ,wxyt}
{wyt ,yzt ,wyzt} {wyt ,wxyt ,wyzt} {wzt ,xzt ,yzt } {wzt ,xzt ,wxzt} {wzt ,yzt ,wyzt}
{wzt ,wxzt ,wyzt} {xyz ,xyt ,xzt } {xyz ,xyt ,yzt } {xyz ,xyt ,xyzt} {xyz ,xzt ,yzt }
{xyz ,xzt ,xyzt} {xyz ,yzt ,xyzt} {xyz ,wxyz ,xyzt} {xyt ,xzt ,yzt } {xyt ,xzt ,xyzt}
{xyt ,yzt ,xyzt} {xyt ,wxyt ,xyzt} {xzt ,yzt ,xyzt} {xzt ,wxzt ,xyzt} {yzt ,wyzt ,xyzt}
{wxyz ,wxyt ,wxzt} {wxyz ,wxyt ,wyzt} {wxyz ,wxyt ,xyzt} {wxyz ,wxzt ,wyzt} {wxyz ,wxzt ,xyzt}
{wxyz ,wyzt ,xyzt} {wxyt ,wxzt ,wyzt} {wxyt ,wxzt ,xyzt} {wxyt ,wyzt ,xyzt} {wxzt ,wyzt ,xyzt}

We now find our list of quads by the same method just used for the triads. For each triad, we test each of the sixteen basis as a candidate fourth element. If the basis anti-commutes with each of the previous three members, we add this quad to the list of quads. We find 480 quads.

Here are the 480 quads.

```

{w ,x ,y ,z } {w ,x ,y ,t } {w ,x ,y ,wxyz}
{w ,x ,y ,wxyt} {w ,x ,z ,t } {w ,x ,z ,wxyz}
{w ,x ,z ,wxzt} {w ,x ,t ,wxyt} {w ,x ,t ,wxzt}
{w ,x ,wxyz,wxyt} {w ,x ,wxyz,wxzt} {w ,x ,wxyt,wxzt}
{w ,y ,z ,t } {w ,y ,z ,wxyz} {w ,y ,z ,wyzt}
{w ,y ,t ,wxyt} {w ,y ,t ,wyzt} {w ,y ,wxyz,wxyt}
{w ,y ,wxyz,wyzt} {w ,y ,wxyt,wyzt} {w ,y ,z ,t ,wxzt}
{w ,z ,t ,wyzt} {w ,z ,wxyz,wxzt} {w ,z ,wxyz,wyzt}
{w ,z ,wxzt,wyzt} {w ,t ,wxyt,wxzt} {w ,t ,wxyt,wyzt}
{w ,t ,wxzt,wyzt} {w ,wx ,wy ,wz } {w ,wx ,wy ,wt }
{w ,wx ,wy ,xyz } {w ,wx ,wy ,xyt } {w ,wx ,wz ,wt }
{w ,wx ,wz ,xyz } {w ,wx ,wz ,xzt } {w ,wx ,wt ,xyt }
{w ,wx ,wt ,xzt } {w ,wx ,xyz ,xyt } {w ,wx ,xyz ,xzt }
{w ,wx ,xyt ,xzt } {w ,wy ,wz ,wt } {w ,wy ,wz ,xyz }
{w ,wy ,wz ,yzt } {w ,wy ,wt ,xyt } {w ,wy ,wt ,yzt }
{w ,wy ,xyz ,xyt } {w ,wy ,xyz ,yzt } {w ,wy ,xyt ,yzt }
{w ,wz ,wt ,xzt } {w ,wz ,wt ,yzt } {w ,wz ,xyz ,xzt }
{w ,wz ,xyz ,yzt } {w ,wz ,xzt ,yzt } {w ,wt ,xyt ,xzt }
{w ,wt ,xyt ,yzt } {w ,wt ,xzt ,yzt } {w ,xyz ,xzt ,yzt }
{w ,wxyz,wxyt,wxzt} {w ,wxyz,wxyt,wyzt} {w ,wxyz,wxzt,wyzt}
{w ,wxyt,wxzt,wyzt} {x ,y ,z ,t } {x ,y ,z ,wxyz}
{x ,y ,z ,xyzt} {x ,y ,t ,wxyt} {x ,y ,t ,xyzt}
{x ,y ,wxyz,wxyt} {x ,y ,wxyz,xyzt} {x ,y ,wxyt,xyzt}
{x ,z ,t ,wxzt} {x ,z ,t ,xyzt} {x ,z ,wxyz,wxzt}
{x ,z ,wxyz,xyzt} {x ,z ,wxzt,xyzt} {x ,t ,wxyt,wxzt}
{x ,t ,wxyt,xyzt} {x ,t ,wxzt,xyzt} {x ,wx ,xy ,xz }
{x ,wx ,xy ,xt } {x ,wx ,xy ,wyz } {x ,wx ,xy ,wyt }
{x ,wx ,xz ,xt } {x ,wx ,xz ,wyz } {x ,wx ,xz ,wzt }
{x ,wx ,xt ,wyt } {x ,wx ,xt ,wzt } {x ,wx ,wyz ,wyt }
{x ,wx ,wyz ,wzt } {x ,wx ,wyt ,wzt } {x ,xy ,xz ,xt }
{x ,xy ,xz ,wyz } {x ,xy ,xz ,yzt } {x ,xy ,xt ,wyt }
{x ,xy ,xt ,yzt } {x ,xy ,wyz ,wyt } {x ,xy ,wyz ,yzt }
{x ,xy ,wyt ,yzt } {x ,xz ,xt ,wzt } {x ,xz ,xt ,yzt }
{x ,xz ,wyz ,wzt } {x ,xz ,wyz ,yzt } {x ,xz ,wzt ,yzt }
{x ,xt ,wyt ,wzt } {x ,xt ,wyt ,yzt } {x ,xt ,wzt ,yzt }
{x ,wyz ,wyt ,wzt } {x ,wyz ,wyt ,yzt } {x ,wyz ,wzt ,yzt }
{x ,wyt ,wzt ,yzt } {x ,wxyz,wxyt,wxzt} {x ,wxyz,wxyt,xyzt}
{x ,wxyz,wxzt,xyzt} {x ,wxyt,wxzt,xyzt} {y ,z ,t ,wyzt}

```

{y ,z ,t ,xyzt} {y ,z ,wxyz,wyzt} {y ,z ,wxyz,xyzt}
 {y ,z ,wyzt,xyzt} {y ,t ,wxyt,wyzt} {y ,t ,wxyt,xyzt}
 {y ,t ,wyzt,xyzt} {y ,wy ,xy ,yz } {y ,wy ,xy ,yt }
 {y ,wy ,xy ,wxz } {y ,wy ,xy ,wxt } {y ,wy ,yz ,yt }
 {y ,wy ,yz ,wxz } {y ,wy ,yz ,wzt } {y ,wy ,yt ,wxt }
 {y ,wy ,yt ,wzt } {y ,wy ,wxz ,wxt } {y ,wy ,wxz ,wzt }
 {y ,wy ,wxt ,wzt } {y ,xy ,yz ,yt } {y ,xy ,yz ,wxz }
 {y ,xy ,yz ,xzt } {y ,xy ,yt ,wxt } {y ,xy ,yt ,xzt }
 {y ,xy ,wxz ,wxt } {y ,xy ,wxz ,xzt } {y ,xy ,wxt ,xzt }
 {y ,yz ,yt ,wzt } {y ,yz ,yt ,xzt } {y ,yz ,wxz ,wzt }
 {y ,yz ,wxz ,xzt } {y ,yz ,wzt ,xzt } {y ,yt ,wxt ,wzt }
 {y ,yt ,wxt ,xzt } {y ,yt ,wzt ,xzt } {y ,wxz ,wxt ,wzt }
 {y ,wxz ,wxt ,xzt } {y ,wxz ,wzt ,xzt } {y ,wxt ,wzt ,xzt }
 {y ,wxyz,wxyt,wyzt} {y ,wxyz,wxyt,xyzt} {y ,wxyz,wyzt,xyzt}
 {y ,wxyt,wyzt,xyzt} {z ,t ,wxzt,wyzt} {z ,t ,wxzt,xyzt}
 {z ,t ,wyzt,xyzt} {z ,wz ,xz ,yz } {z ,wz ,xz ,zt }
 {z ,wz ,xz ,wxy } {z ,wz ,xz ,wxt } {z ,wz ,yz ,zt }
 {z ,wz ,yz ,wxy } {z ,wz ,yz ,wyt } {z ,wz ,zt ,wxt }
 {z ,wz ,zt ,wyt } {z ,wz ,wxy ,wxt } {z ,wz ,wxy ,wyt }
 {z ,wz ,wxt ,wyt } {z ,xz ,yz ,zt } {z ,xz ,yz ,wxy }
 {z ,xz ,yz ,xyt } {z ,xz ,zt ,wxt } {z ,xz ,zt ,xyt }
 {z ,xz ,wxy ,wxt } {z ,xz ,wxy ,xyt } {z ,xz ,wxt ,xyt }
 {z ,yz ,zt ,wyt } {z ,yz ,zt ,xyt } {z ,yz ,wxy ,wyt }
 {z ,yz ,wxy ,xyt } {z ,yz ,wyt ,xyt } {z ,zt ,wxt ,wyt }
 {z ,zt ,wxt ,xyt } {z ,zt ,wyt ,xyt } {z ,wxy ,wxt ,wyt }
 {z ,wxy ,wxt ,xyt } {z ,wxy ,wyt ,xyt } {z ,wxt ,wyt ,xyt }
 {z ,wxyz,wxzt,wyzt} {z ,wxyz,wxzt,xyzt} {z ,wxyz,wyzt,xyzt}
 {z ,wxzt,wyzt,xyzt} {t ,wt ,xt ,yt } {t ,wt ,xt ,zt }
 {t ,wt ,xt ,wxy } {t ,wt ,xt ,wxz } {t ,wt ,yt ,zt }
 {t ,wt ,yt ,wxy } {t ,wt ,yt ,wyz } {t ,wt ,zt ,wxz }
 {t ,wt ,zt ,wyz } {t ,wt ,wxy ,wxz } {t ,wt ,wxy ,wyz }
 {t ,wt ,wxz ,wyz } {t ,xt ,yt ,zt } {t ,xt ,yt ,wxy }
 {t ,xt ,yt ,xyz } {t ,xt ,zt ,wxz } {t ,xt ,zt ,xyz }
 {t ,xt ,wxy ,wxz } {t ,xt ,wxy ,xyz } {t ,xt ,wxz ,xyz }
 {t ,yt ,zt ,wyz } {t ,yt ,zt ,xyz } {t ,yt ,wxy ,wyz }
 {t ,yt ,wxy ,xyz } {t ,yt ,wyz ,xyz } {t ,zt ,wxz ,wyz }
 {t ,zt ,wxz ,xyz } {t ,zt ,wyz ,xyz } {t ,wxy ,wxz ,wyz }
 {t ,wxy ,wxz ,xyz } {t ,wxy ,wyz ,xyz } {t ,wxz ,wyz ,xyz }
 {t ,wxyt,wxzt,wyzt} {t ,wxyt,wxzt,xyzt} {t ,wxyt,wyzt,xyzt}
 {t ,wxzt,wyzt,xyzt} {wx ,wy ,wz ,wt } {wx ,wy ,wz ,xyz }
 {wx ,wy ,wz ,xyzt} {wx ,wy ,wt ,xyt } {wx ,wy ,wt ,xyzt}
 {wx ,wy ,xyz ,xyt } {wx ,wy ,xyz ,xyzt} {wx ,wy ,xyt ,xyzt}
 {wx ,wz ,wt ,xzt } {wx ,wz ,wt ,xyzt} {wx ,wz ,xyz ,xzt }
 {wx ,wz ,xyz ,xyzt} {wx ,wz ,xzt ,xyzt} {wx ,wt ,xyt ,xzt }
 {wx ,wt ,xyt ,xyzt} {wx ,wt ,xzt ,xyzt} {wx ,xy ,xz ,xt }

{wx ,xy ,xz ,wyz } {wx ,xy ,xz ,wyzt} {wx ,xy ,xt ,wyt }
 {wx ,xy ,xt ,wyzt} {wx ,xy ,wyz ,wyt } {wx ,xy ,wyz ,wyzt}
 {wx ,xy ,wyt ,wyzt} {wx ,xz ,xt ,wzt } {wx ,xz ,xt ,wyzt}
 {wx ,xz ,wyz ,wzt } {wx ,xz ,wyz ,wyzt} {wx ,xz ,wzt ,wyzt}
 {wx ,xt ,wyt ,wzt } {wx ,xt ,wyt ,wyzt} {wx ,xt ,wzt ,wyzt}
 {wx ,wyz ,wyt ,wzt } {wx ,wyz ,wyt ,wyzt} {wx ,wyz ,wzt ,wyzt}
 {wx ,wyt ,wzt ,wyzt} {wx ,xyz ,xyt ,xzt } {wx ,xyz ,xyt ,xyzt}
 {wx ,xyz ,xzt ,xyzt} {wx ,xyt ,xzt ,xyzt} {wy ,wz ,wt ,yzt }
 {wy ,wz ,wt ,xyzt} {wy ,wz ,xyz ,yzt } {wy ,wz ,xyz ,xyzt}
 {wy ,wz ,yzt ,xyzt} {wy ,wt ,xyt ,yzt } {wy ,wt ,xyt ,xyzt}
 {wy ,wt ,yzt ,xyzt} {wy ,xy ,yz ,yt } {wy ,xy ,yz ,wxz }
 {wy ,xy ,yz ,wxzt} {wy ,xy ,yt ,wxt } {wy ,xy ,yt ,wxzt}
 {wy ,xy ,wxz ,wxt } {wy ,xy ,wxz ,wxzt} {wy ,xy ,wxt ,wxzt}
 {wy ,yz ,yt ,wzt } {wy ,yz ,yt ,wxzt} {wy ,yz ,wxz ,wzt }
 {wy ,yz ,wxz ,wxzt} {wy ,yz ,wzt ,wxzt} {wy ,yt ,wxt ,wzt }
 {wy ,yt ,wxt ,wxzt} {wy ,yt ,wzt ,wxzt} {wy ,wxz ,wxt ,wzt }
 {wy ,wxz ,wxt ,wxzt} {wy ,wxz ,wzt ,wxzt} {wy ,wxt ,wzt ,wxzt}
 {wy ,xyz ,xyt ,yzt } {wy ,xyz ,xyt ,xyzt} {wy ,xyz ,yzt ,xyzt}
 {wy ,xyt ,yzt ,xyzt} {wz ,wt ,xzt ,yzt } {wz ,wt ,xzt ,xyzt}
 {wz ,wt ,yzt ,xyzt} {wz ,xz ,yz ,zt } {wz ,xz ,yz ,wxy }
 {wz ,xz ,yz ,wxyt} {wz ,xz ,zt ,wxt } {wz ,xz ,zt ,wxyt}
 {wz ,xz ,wxy ,wxt } {wz ,xz ,wxy ,wxyt} {wz ,xz ,wxt ,wxyt}
 {wz ,yz ,zt ,wyt } {wz ,yz ,zt ,wxyt} {wz ,yz ,wxy ,wyt }
 {wz ,yz ,wxy ,wxyt} {wz ,yz ,wyt ,wxyt} {wz ,zt ,wxt ,wyt }
 {wz ,zt ,wxt ,wxyt} {wz ,zt ,wyt ,wxyt} {wz ,wxy ,wxt ,wyt }
 {wz ,wxy ,wxt ,wxyt} {wz ,wxy ,wyt ,wxyt} {wz ,wxt ,wyt ,wxyt}
 {wz ,xyz ,xzt ,yzt } {wz ,xyz ,xzt ,xyzt} {wz ,xyz ,yzt ,xyzt}
 {wz ,xzt ,yzt ,xyzt} {wt ,xt ,yt ,zt } {wt ,xt ,yt ,wxy }
 {wt ,xt ,yt ,wxyz} {wt ,xt ,zt ,wxz } {wt ,xt ,zt ,wxyz}
 {wt ,xt ,wxy ,wxz } {wt ,xt ,wxy ,wxyz} {wt ,xt ,wxz ,wxyz}
 {wt ,yt ,zt ,wyz } {wt ,yt ,zt ,wxyz} {wt ,yt ,wxy ,wyz }
 {wt ,yt ,wxy ,wxyz} {wt ,yt ,wyz ,wxyz} {wt ,zt ,wxz ,wyz }
 {wt ,zt ,wxz ,wxyz} {wt ,zt ,wyz ,wxyz} {wt ,wxy ,wxz ,wyz }
 {wt ,wxy ,wxz ,wxyz} {wt ,wxy ,wyz ,wxyz} {wt ,wxz ,wyz ,wxyz}
 {wt ,xyt ,xzt ,yzt } {wt ,xyt ,xzt ,xyzt} {wt ,xyt ,yzt ,xyzt}
 {wt ,xzt ,yzt ,xyzt} {xy ,xz ,xt ,yzt } {xy ,xz ,xt ,wyzt}
 {xy ,xz ,wyz ,yzt } {xy ,xz ,wyz ,wyzt} {xy ,xz ,yzt ,wyzt}
 {xy ,xt ,wyt ,yzt } {xy ,xt ,wyt ,wyzt} {xy ,xt ,yzt ,wyzt}
 {xy ,yz ,yt ,xzt } {xy ,yz ,yt ,wxzt} {xy ,yz ,wxz ,xzt }
 {xy ,yz ,wxz ,wxzt} {xy ,yz ,xzt ,wxzt} {xy ,yt ,wxt ,xzt }
 {xy ,yt ,wxt ,wxzt} {xy ,yt ,xzt ,wxzt} {xy ,wxz ,wxt ,xzt }
 {xy ,wxz ,wxt ,wxzt} {xy ,wxz ,xzt ,wxzt} {xy ,wxt ,xzt ,wxzt}
 {xy ,wyz ,wyt ,yzt } {xy ,wyz ,wyt ,wyzt} {xy ,wyz ,yzt ,wyzt}
 {xy ,wyt ,yzt ,wyzt} {xz ,xt ,wzt ,yzt } {xz ,xt ,wzt ,wyzt}
 {xz ,xt ,yzt ,wyzt} {xz ,yz ,zt ,xyt } {xz ,yz ,zt ,wxyt}

{xz ,yz ,wxy ,xyt } {xz ,yz ,wxy ,wxyt} {xz ,yz ,xyt ,wxyt}
 {xz ,zt ,wxt ,xyt } {xz ,zt ,wxt ,wxyt} {xz ,zt ,xyt ,wxyt}
 {xz ,wxy ,wxt ,xyt } {xz ,wxy ,wxt ,wxyt} {xz ,wxy ,xyt ,wxyt}
 {xz ,wxt ,xyt ,wxyt} {xz ,wyz ,wzt ,yzt } {xz ,wyz ,wzt ,wyzt}
 {xz ,wyz ,yzt ,wyzt} {xz ,wzt ,yzt ,wyzt} {xt ,yt ,zt ,xyz }
 {xt ,yt ,zt ,wxyz} {xt ,yt ,wxy ,xyz } {xt ,yt ,wxy ,wxyz}
 {xt ,yt ,xyz ,wxyz} {xt ,zt ,wxz ,xyz } {xt ,zt ,wxz ,wxyz}
 {xt ,zt ,xyz ,wxyz} {xt ,wxy ,wxz ,xyz } {xt ,wxy ,wxz ,wxyz}
 {xt ,wxy ,xyz ,wxyz} {xt ,wxz ,xyz ,wxyz} {xt ,wyt ,wzt ,yzt }
 {xt ,wyt ,wzt ,wyzt} {xt ,wyt ,yzt ,wyzt} {xt ,wzt ,yzt ,wyzt}
 {yz ,yt ,wzt ,xzt } {yz ,yt ,wzt ,wxzt} {yz ,yt ,xzt ,wxzt}
 {yz ,zt ,wyt ,xyt } {yz ,zt ,wyt ,wxyt} {yz ,zt ,xyt ,wxyt}
 {yz ,wxy ,wyt ,xyt } {yz ,wxy ,wyt ,wxyt} {yz ,wxy ,xyt ,wxyt}
 {yz ,wxz ,wzt ,xzt } {yz ,wxz ,wzt ,wxzt} {yz ,wxz ,xzt ,wxzt}
 {yz ,wyt ,xyt ,wxyt} {yz ,wzt ,xzt ,wxzt} {yt ,zt ,wyz ,xyz }
 {yt ,zt ,wyz ,wxyz} {yt ,zt ,xyz ,wxyz} {yt ,wxy ,wyz ,xyz }
 {yt ,wxy ,wyz ,wxyz} {yt ,wxy ,xyz ,wxyz} {yt ,wxt ,wzt ,xzt }
 {yt ,wxt ,wzt ,wxzt} {yt ,wxt ,xzt ,wxzt} {yt ,wyz ,xyz ,wxyz}
 {yt ,wzt ,xzt ,wxzt} {zt ,wxz ,wyz ,xyz } {zt ,wxz ,wyz ,wxyz}
 {zt ,wxz ,xyz ,wxyz} {zt ,wxt ,wyt ,xyt } {zt ,wxt ,wyt ,wxyt}
 {zt ,wxt ,xyt ,wxyt} {zt ,wyz ,xyz ,wxyz} {zt ,wyt ,xyt ,wxyt}
 {wxy ,wxz ,wyz ,xyz } {wxy ,wxz ,wyz ,wxyz} {wxy ,wxz ,xyz ,wxyz}
 {wxy ,wxt ,wyt ,xyt } {wxy ,wxt ,wyt ,wxyt} {wxy ,wxt ,xyt ,wxyt}
 {wxy ,wyz ,xyz ,wxyz} {wxy ,wyt ,xyt ,wxyt} {wxz ,wxt ,wzt ,xzt }
 {wxz ,wxt ,wzt ,wxzt} {wxz ,wxt ,xzt ,wxzt} {wxz ,wyz ,xyz ,wxyz}
 {wxz ,wzt ,xzt ,wxzt} {wxt ,wyt ,xyt ,wxyt} {wxt ,wzt ,xzt ,wxzt}
 {wyz ,wyt ,wzt ,yzt } {wyz ,wyt ,wzt ,wyzt} {wyz ,wyt ,yzt ,wyzt}
 {wyz ,wzt ,yzt ,wyzt} {wyt ,wzt ,yzt ,wyzt} {xyz ,xyt ,xzt ,yzt }
 {xyz ,xyt ,xzt ,xyzt} {xyz ,xyt ,yzt ,xyzt} {xyz ,xzt ,yzt ,xyzt}
 {xyt ,xzt ,yzt ,xyzt} {wxyz ,wxyt ,wxzt ,wyzt} {wxyz ,wxyt ,wxzt ,xyzt}
 {wxyz ,wxyt ,wyzt ,xyzt} {wxyz ,wxzt ,wyzt ,xyzt} {wxyt ,wxzt ,wyzt ,xyzt}

The process of finding pentads is just the same as previous steps. For each quad, we test the sixteen basis. If the new basis anti-commutes with the four previous elements, we have a pentad, which we add to our collection. I find 192 pentads.

Here are the 192 pentads.

{w ,x ,y ,z ,t } {w ,x ,y ,z ,wxyz} {w ,x ,y ,t ,wxyt}
 {w ,x ,y ,wxyz ,wxyt} {w ,x ,z ,t ,wxzt} {w ,x ,z ,wxyz ,wxzt}
 {w ,x ,t ,wxyt ,wxzt} {w ,x ,wxyz ,wxyt ,wxzt} {w ,y ,z ,t ,wyzt}
 {w ,y ,z ,wxyz ,wyzt} {w ,y ,t ,wxyt ,wyzt} {w ,y ,wxyz ,wxyt ,wyzt}
 {w ,z ,t ,wxzt ,wyzt} {w ,z ,wxyz ,wxzt ,wyzt} {w ,t ,wxyt ,wxzt ,wyzt}
 {w ,wx ,wy ,wz ,wt } {w ,wx ,wy ,wz ,xyz } {w ,wx ,wy ,wt ,xyt }
 {w ,wx ,wy ,xyz ,xyt } {w ,wx ,wz ,wt ,xzt } {w ,wx ,wz ,xyz ,xzt }

{w ,wx ,wt ,xyt ,xzt }	{w ,wx ,xyz ,xyt ,xzt }	{w ,wy ,wz ,wt ,yzt }
{w ,wy ,wz ,xyz ,yzt }	{w ,wy ,wt ,xyt ,yzt }	{w ,wy ,xyz ,xyt ,yzt }
{w ,wz ,wt ,xzt ,yzt }	{w ,wz ,xyz ,xzt ,yzt }	{w ,wt ,xyt ,xzt ,yzt }
{w ,xyz ,xyt ,xzt ,yzt }	{w ,wxyz ,wxyt ,wxzt ,wyzt }	{x ,y ,z ,t ,xyzt }
{x ,y ,z ,wxyz ,xyzt }	{x ,y ,t ,wxyt ,xyzt }	{x ,y ,wxyz ,wxyt ,xyzt }
{x ,z ,t ,wxzt ,xyzt }	{x ,z ,wxyz ,wxzt ,xyzt }	{x ,t ,wxyt ,wxzt ,xyzt }
{x ,wx ,xy ,xz ,xt }	{x ,wx ,xy ,xz ,wyz }	{x ,wx ,xy ,xt ,wyt }
{x ,wx ,xy ,wyz ,wyt }	{x ,wx ,xz ,xt ,wzt }	{x ,wx ,xz ,wyz ,wzt }
{x ,wx ,xt ,wyt ,wzt }	{x ,wx ,wyz ,wyt ,wzt }	{x ,xy ,xz ,xt ,yzt }
{x ,xy ,xz ,wyz ,yzt }	{x ,xy ,xt ,wyt ,yzt }	{x ,xy ,wyz ,wyt ,yzt }
{x ,xz ,xt ,wzt ,yzt }	{x ,xz ,wyz ,wzt ,yzt }	{x ,xt ,wyt ,wzt ,yzt }
{x ,wyz ,wyt ,wzt ,yzt }	{x ,wxyz ,wxyt ,wxzt ,xyzt }	{y ,z ,t ,wyzt ,xyzt }
{y ,z ,wxyz ,wyzt ,xyzt }	{y ,t ,wxyt ,wyzt ,xyzt }	{y ,wy ,xy ,yz ,yt }
{y ,wy ,xy ,yz ,wxz }	{y ,wy ,xy ,yt ,wxt }	{y ,wy ,xy ,wxz ,wxt }
{y ,wy ,yz ,yt ,wzt }	{y ,wy ,yz ,wxz ,wzt }	{y ,wy ,yt ,wxt ,wzt }
{y ,wy ,wxz ,wxt ,wzt }	{y ,xy ,yz ,yt ,xzt }	{y ,xy ,yz ,wxz ,xzt }
{y ,xy ,yt ,wxt ,xzt }	{y ,xy ,wxz ,wxt ,xzt }	{y ,yz ,yt ,wzt ,xzt }
{y ,yz ,wxz ,wzt ,xzt }	{y ,yt ,wxt ,wzt ,xzt }	{y ,wxz ,wxt ,wzt ,xzt }
{y ,wxyz ,wxyt ,wyzt ,xyzt }	{z ,t ,wxzt ,wyzt ,xyzt }	{z ,wz ,xz ,yz ,zt }
{z ,wz ,xz ,yz ,wxy }	{z ,wz ,xz ,zt ,wxt }	{z ,wz ,xz ,wxy ,wxt }
{z ,wz ,yz ,zt ,wyt }	{z ,wz ,yz ,wxy ,wyt }	{z ,wz ,zt ,wxt ,wyt }
{z ,wz ,wxy ,wxt ,wyt }	{z ,xz ,yz ,zt ,xyt }	{z ,xz ,yz ,wxy ,xyt }
{z ,xz ,zt ,wxt ,xyt }	{z ,xz ,wxy ,wxt ,xyt }	{z ,yz ,zt ,wyt ,xyt }
{z ,yz ,wxy ,wyt ,xyt }	{z ,zt ,wxt ,wyt ,xyt }	{z ,wxy ,wxt ,wyt ,xyt }
{z ,wxyz ,wxzt ,wyzt ,xyzt }	{t ,wt ,xt ,yt ,zt }	{t ,wt ,xt ,yt ,wxy }
{t ,wt ,xt ,zt ,wxz }	{t ,wt ,xt ,wxy ,wxz }	{t ,wt ,yt ,zt ,wyz }
{t ,wt ,yt ,wxy ,wyz }	{t ,wt ,zt ,wxz ,wyz }	{t ,wt ,wxy ,wxz ,wyz }
{t ,xt ,yt ,zt ,xyz }	{t ,xt ,yt ,wxy ,xyz }	{t ,xt ,zt ,wxz ,xyz }
{t ,xt ,wxy ,wxz ,xyz }	{t ,yt ,zt ,wyz ,xyz }	{t ,yt ,wxy ,wyz ,xyz }
{t ,zt ,wxz ,wyz ,xyz }	{t ,wxy ,wxz ,wyz ,xyz }	{t ,wxyt ,wxzt ,wyzt ,xyzt }
{wx ,wy ,wz ,wt ,xyzt }	{wx ,wy ,wz ,xyz ,xyzt }	{wx ,wy ,wt ,xyt ,xyzt }
{wx ,wy ,xyz ,xyt ,xyzt }	{wx ,wz ,wt ,xzt ,xyzt }	{wx ,wz ,xyz ,xzt ,xyzt }
{wx ,wt ,xyt ,xzt ,xyzt }	{wx ,xy ,xz ,xt ,wyzt }	{wx ,xy ,xz ,wyz ,wyzt }
{wx ,xy ,xt ,wyt ,wyzt }	{wx ,xy ,wyz ,wyt ,wyzt }	{wx ,xz ,xt ,wzt ,wyzt }
{wx ,xz ,wyz ,wzt ,wyzt }	{wx ,xt ,wyt ,wzt ,wyzt }	{wx ,wyz ,wyt ,wzt ,wyzt }
{wx ,xyz ,xyt ,xzt ,xyzt }	{wy ,wz ,wt ,yzt ,xyzt }	{wy ,wz ,xyz ,yzt ,xyzt }
{wy ,wt ,xyt ,yzt ,xyzt }	{wy ,xy ,yz ,yt ,wxzt }	{wy ,xy ,yz ,wxz ,wxzt }
{wy ,xy ,yt ,wxt ,wxzt }	{wy ,xy ,wxz ,wxt ,wxzt }	{wy ,yz ,yt ,wzt ,wxzt }
{wy ,yz ,wxz ,wzt ,wxzt }	{wy ,yt ,wxt ,wzt ,wxzt }	{wy ,wxz ,wxt ,wzt ,wxzt }
{wy ,xyz ,xyt ,yzt ,xyzt }	{wz ,wt ,xzt ,yzt ,xyzt }	{wz ,xz ,yz ,zt ,wxyt }
{wz ,xz ,yz ,wxy ,wxyt }	{wz ,xz ,zt ,wxt ,wxyt }	{wz ,xz ,wxy ,wxt ,wxyt }
{wz ,yz ,zt ,wyt ,wxyt }	{wz ,yz ,wxy ,wyt ,wxyt }	{wz ,zt ,wxt ,wyt ,wxyt }
{wz ,wxy ,wxt ,wyt ,wxyt }	{wz ,xyz ,xzt ,yzt ,xyzt }	{wt ,xt ,yt ,zt ,wxyz }
{wt ,xt ,yt ,wxy ,wxyz }	{wt ,xt ,zt ,wxz ,wxyz }	{wt ,xt ,wxy ,wxz ,wxyz }
{wt ,yt ,zt ,wyz ,wxyz }	{wt ,yt ,wxy ,wyz ,wxyz }	{wt ,zt ,wxz ,wyz ,wxyz }

{wt ,wxy ,wxz ,wyz ,wxyz} {wt ,xyt ,xzt ,yzt ,xyzt} {xy ,xz ,xt ,yzt ,wyzt}
{xy ,xz ,wyz ,yzt ,wyzt} {xy ,xt ,wyt ,yzt ,wyzt} {xy ,yz ,yt ,xzt ,wxzt}
{xy ,yz ,wxz ,xzt ,wxzt} {xy ,yt ,wxt ,xzt ,wxzt} {xy ,wxz ,wxt ,xzt ,wxzt}
{xy ,wyz ,wyt ,yzt ,wyzt} {xz ,xt ,wzt ,yzt ,wyzt} {xz ,yz ,zt ,xyt ,wxyt}
{xz ,yz ,wxy ,xyt ,wxyt} {xz ,zt ,wxt ,xyt ,wxyt} {xz ,wxy ,wxt ,xyt ,wxyt}
{xz ,wyz ,wzt ,yzt ,wyzt} {xt ,yt ,zt ,xyz ,wxyz} {xt ,yt ,wxy ,xyz ,wxyz}
{xt ,zt ,wxz ,xyz ,wxyz} {xt ,wxy ,wxz ,xyz ,wxyz} {xt ,wyt ,wzt ,yzt ,wyzt}
{yz ,yt ,wzt ,xzt ,wxzt} {yz ,zt ,wyt ,xyt ,wxyt} {yz ,wxy ,wyt ,xyt ,wxyt}
{yz ,wxz ,wzt ,xzt ,wxzt} {yt ,zt ,wyz ,xyz ,wxyz} {yt ,wxy ,wyz ,xyz ,wxyz}
{yt ,wxt ,wzt ,xzt ,wxzt} {zt ,wxz ,wyz ,xyz ,wxyz} {zt ,wxt ,wyt ,xyt ,wxyt}
{wxy ,wxz ,wyz ,xyz ,wxyz} {wxy ,wxt ,wyt ,xyt ,wxyt} {wxz ,wxt ,wzt ,xzt ,wxzt}
{wyz ,wyt ,wzt ,yzt ,wyzt} {xyz ,xyt ,xzt ,yzt ,xyzt} {wxyz ,wxyt ,wxzt ,wyzt ,xyzt}

Extending the process for sets of six anti-commutators, none are found.